بسم الله الرحمن الرحيم

بسمه تعالی

آمار و SPSS

راضیه عبدالرحمن زده

raziehabdolrahmanzadeh@gmail.com

زمستان ۱۴۰۱

آمار(Statistics):

ایجاد یک چارچوب برای مشاهده منطقی و منصفانه و گرفتن نتایج درست و قابل تعمیم از مشاهدات

انواع آمار

توصیفی: سازمان بندی و خلاصه داده ها به صورتی که این داده ها قابل فهم و انتقال باشند.

استنباطی: این امکان را می دهد که با استفاده از اطلاعات جمع آوری شده از نمونه کوچکی از آزمودنی ها، ویژگی آن جامعه را استنباط کرد.

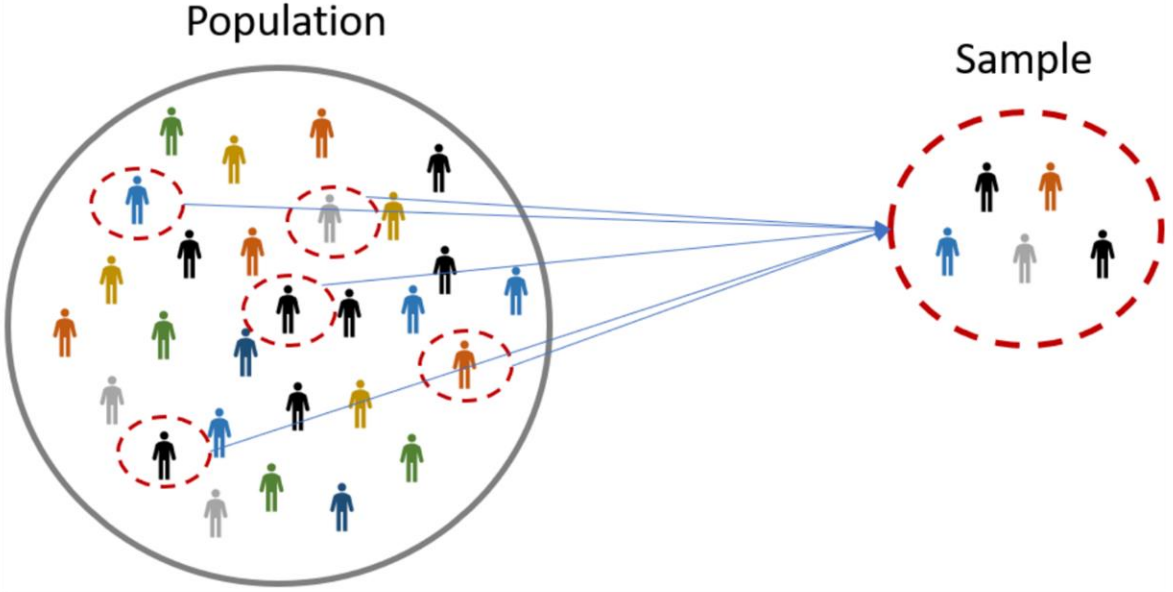
جامعه و نمونه:

جامعه (Population): گروهی از افراد، اشیا یا حوادث که حداقل دارای یک صفت یا ویژگی مشترک که هستند.

پارامتر به ویژگی عددی یک جامعه گفته می شود.

نمونه (Sample): عبارت است از زیر جامعه ای(Subpopulation) که از کل جامعه برداشته می شود و معرف آن است.

آماره به ویژگی عددی یک نمونه گفته می شود.



نسبت آماره به نمونه مثل نسبت پارامتر به جامعه است.

مثال:

پژوهشگری علاقه مند است تأثیر آموزش ضمن خدمت را در توانایی دانش آموزان دبستان سعدی در حل مسائل ریاضی مورد مطالعه قرار دهد. او دانش آموزان کلاس های سوم، چهارم و پنجم این مدرسه را انتخاب کرده است و پس از تدریس، میانگین نمره های ریاضی دانش آموزان کلاس های فوق را با گروه کنترل مقایسه کرده است. تعیین کنید:

جامعه: کلیه دانش آموزان دبستان سعدی

نمونه: دانش آموزان کلاس های سوم، چهارم و پنجم دبستان سعدی

آماره: میانگین نمره های ریاضی

متغیر و ثابت:

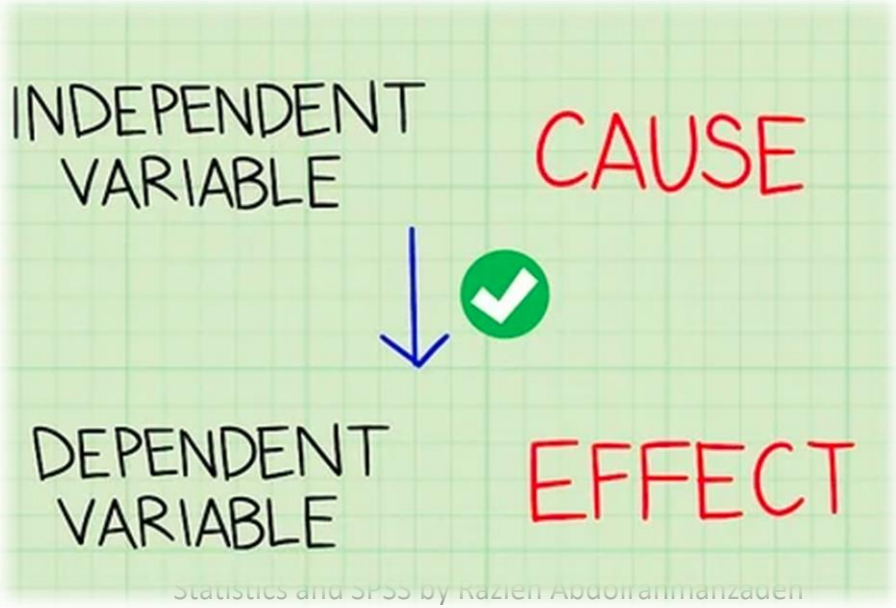
متغیر: ویژگی هایی که پژوهشگران آن را مشاهده و اندازه گیری می کنند و تغییرات را از فردی به فرد دیگر و از شی به شی دیگر نشان می دهد.

ثابت: ویژگی هایی که مقدار یا ارزش آن ها در نزد افراد مختلف یکسان است.

انواع متغیر:

وابسته (Dependent): ارزش یا مقدار آن به متغیر مستقل بستگی دارد، در اختیار پژوهشگر نیست و نمیتواند در آن دخل و تصرف داشته باشد.

مستقل (Independent): متغیر پیش فرض است، از طریق آن تغییرات متغیر وابسته اندازه گیری و تعیین می شود، متغیری که توسط محقق دستکاری می شود.



انواع متغیر:

کمی (Quantitative): از نظر مقدار یا ارزش متفاوت هستند، به صورت عددی نوشته می شوند،

مثال: سن، نمره

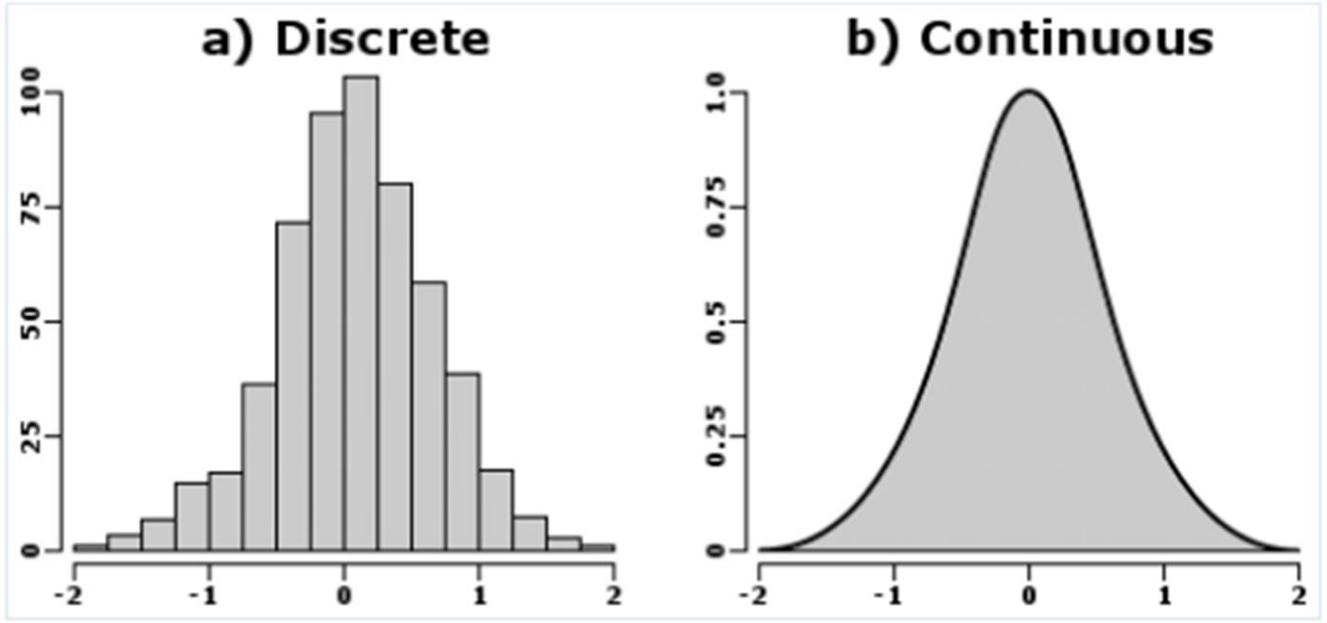
کیفی (Qualitative): غیر عددی نوشته می شوند، می توان به صورت کلامی یا کد نشان داد. مثال:

رنگ مو و چشم

انواع متغیر کمی:

گسسته (Discrete): فقط مجموعه ای از ارزش های معین به آن اختصاص داده می شود و ارزش های موجود بین دو مقدار دارای معنا و مفهوم نیست.

پیوسته (Continuous): هر ارزش یا مقداری را می توان به آن نسبت داد.



مثال:

پژوهشگری رابطه بین آموزش پیش از دبستان و میزان اضطراب دانش آموزان را در کلاس اول مورد مطالعه قرار داده است. تعیین کنید در این پژوهش:

الف) متغیر مستقل: آموزش پیش از دبستان

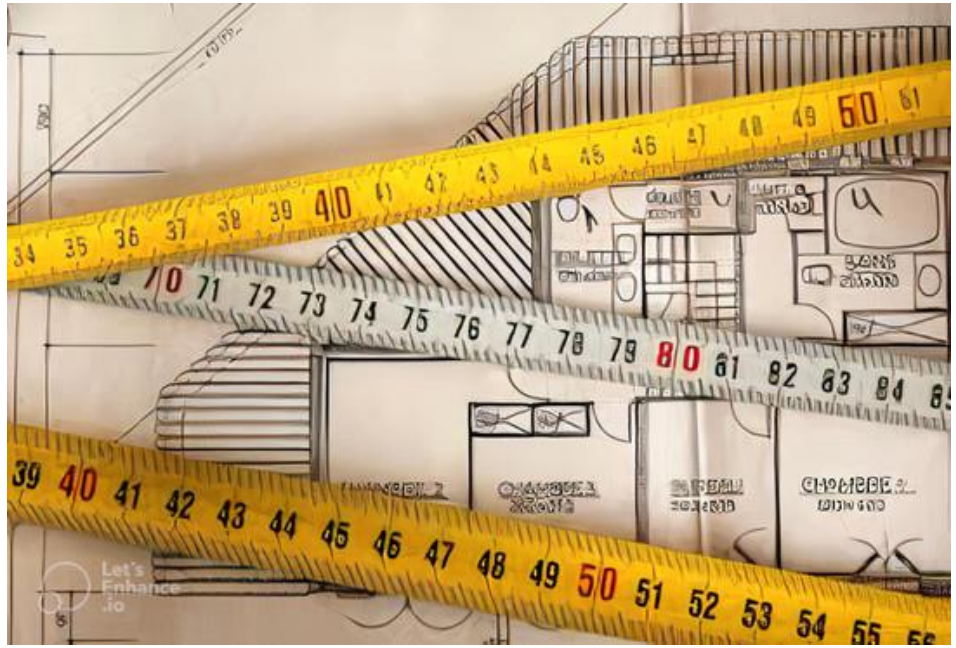
ب) متغیر وابسته: میزان اضطراب

ج) ثابت: کلاس اول

اندازه گیری:

اساسی ترین فعالیت هر پژوهش، اندازه گیری است که شامل نسبت دادن عددی به یک صفت یا رویداد بر اساس یه قانون معین است.

- ماهیت فرآیند اندازه گیری که اعداد را به وجود می آورد، روش های آماری لازم و چگونگی تفسیر آن ها را مشخص می کند.



مقیاس ها (Scales)

اسمی (nominal): ابتدایی ترین مقیاس است. به تعیین طبقه هایی می پردازد که افراد، اشیا یا رویدادها را می توان در آنها جایگزین کرد. هدف صرفاً طبقه بندی و تشخیق طبقات از یکدیگر است.

ترتیبی (ordinal): علاوه بر طبقه بندی و نام گذاری به ترتیب طبقه ها نیز نظر دارد. در این مقیاس، اعداد به منظور رتبه بندی به کار برده می شوند نه بیشتر. این مقیاس به منظور مرتب کردن افراد یا اشیا از بیشترین میزان مورد اندازه گیری به کمترین میزان آن به کار برده می شوند.

فاصله ای (interval): علاوه بر نام گذاری و مرتب طبقه ها به ما اجازه می دهد که فاصله موجود بین افراد، اشیا یا رویدادها را مشخص کنیم. در این مقیاس بر خلاف دوتای قبلی انجام برخی عملیات ریاضی (جمع و تفریق) ممکن است.

نسبی (ratio): بالاترین سطح اندازه گیری است. حدود فعالیت آن مشتمل بر کلیه عملیاتی است که در مقیاس های اسمی، ترتیبی و فاصله ای انجام داد. امکان انجام کلیه اعمال ریاضی وجود دارد.

طبقه بندی دانش آموزان به صورت: دانش آموزان قوی، لاغراندام، چاق و فربه:

اسمی ترتیبی فاصله ای نسبی

درجه های روی خط کش:

اسمی ترتیبی فاصله ای نسبی

نمره های فیزیولوژی گردش خون یک گروه دانشجو ترم دو:

اسمی ترتیبی فاصله ای

رتبه بندی دانشجویان بر اساس معدل کل آن ها:

اسمی ترتیبی فاصله ای

نمودار فرآوانی:

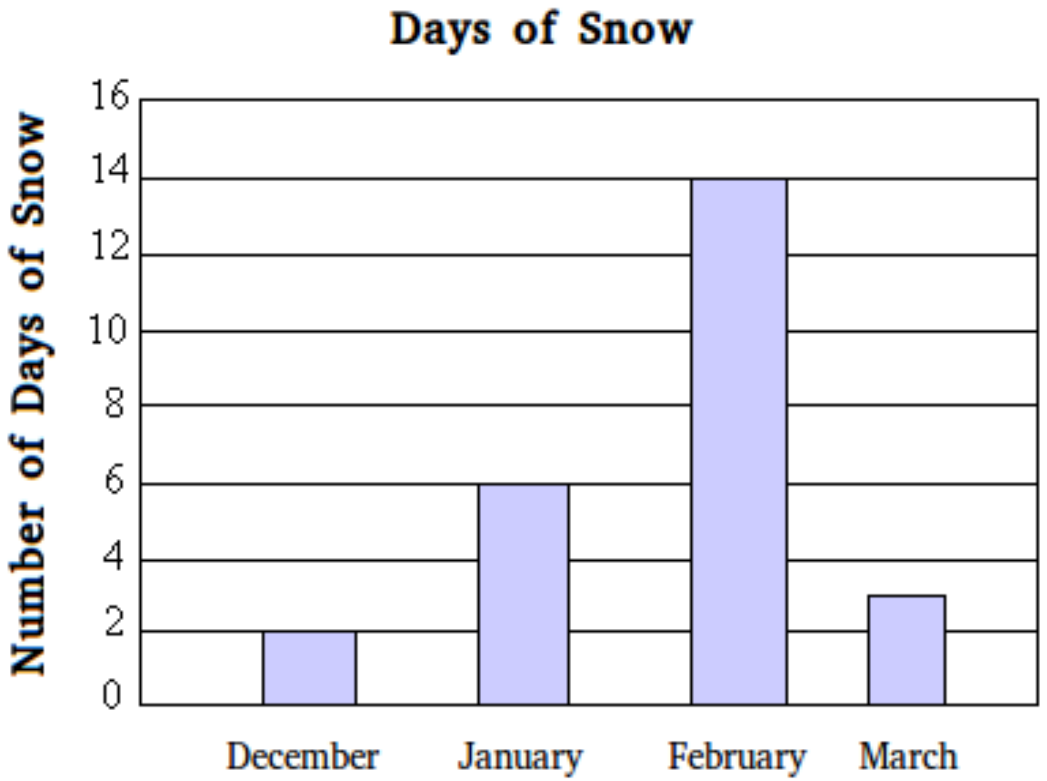
به منظور دریافت تصویر روشن تر از داده ها جمع آوری شده از نمودار استفاده می شود.

انواع نمودار:

- هیستوگرام (Histogram)
- ستونی (Bar graph)
- چندضلعی (Polygon)

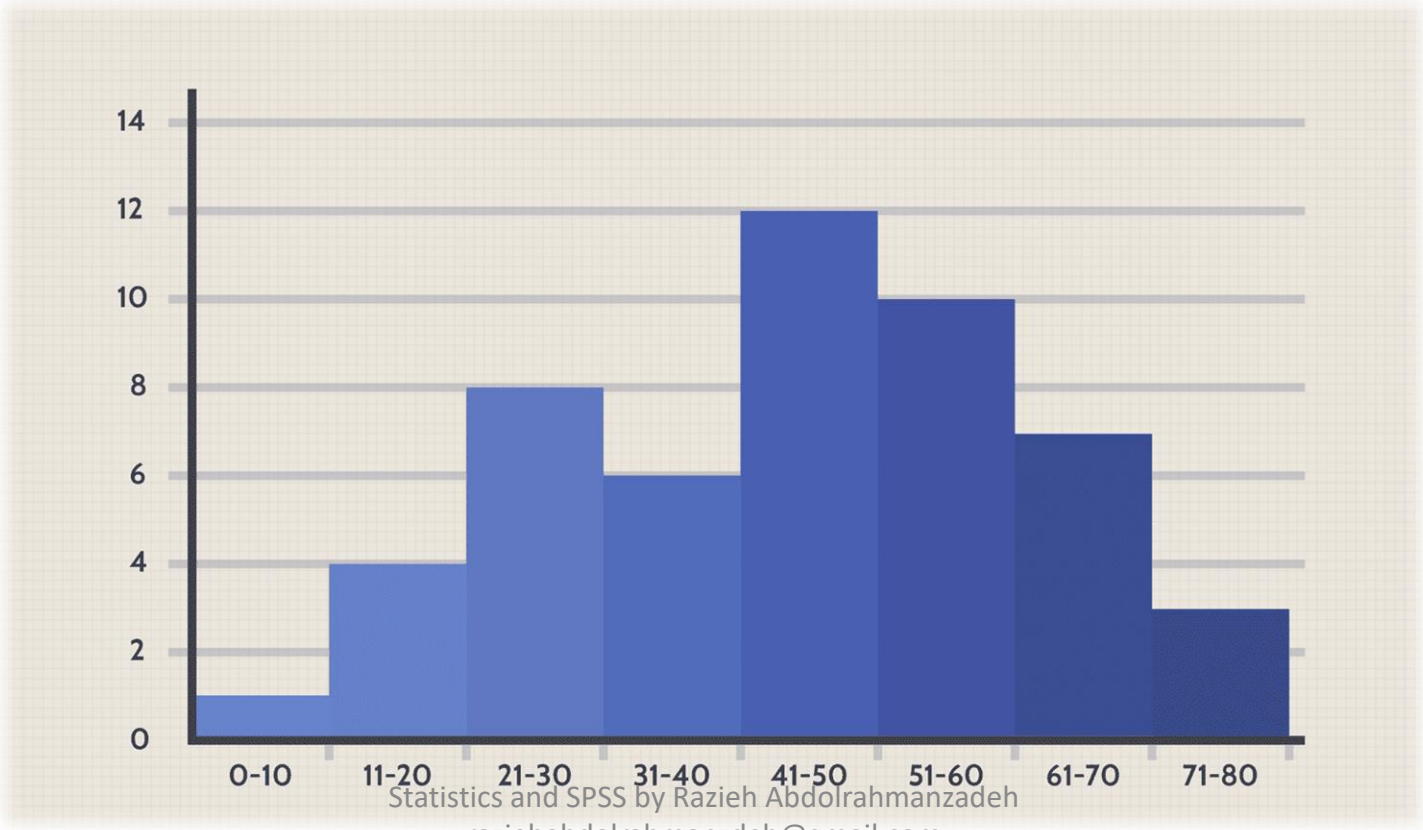
ستونی (Bar graph):

- این نمودار مربوط به داده ها گسسته است و با مقیاس اسمی اندازه گیری شده اند.
- ارتفاع هر ستون فرآوانی هر گروه یا طبقه و عرض همان ستون هر گروه یا طبقه را نمایش می دهد.



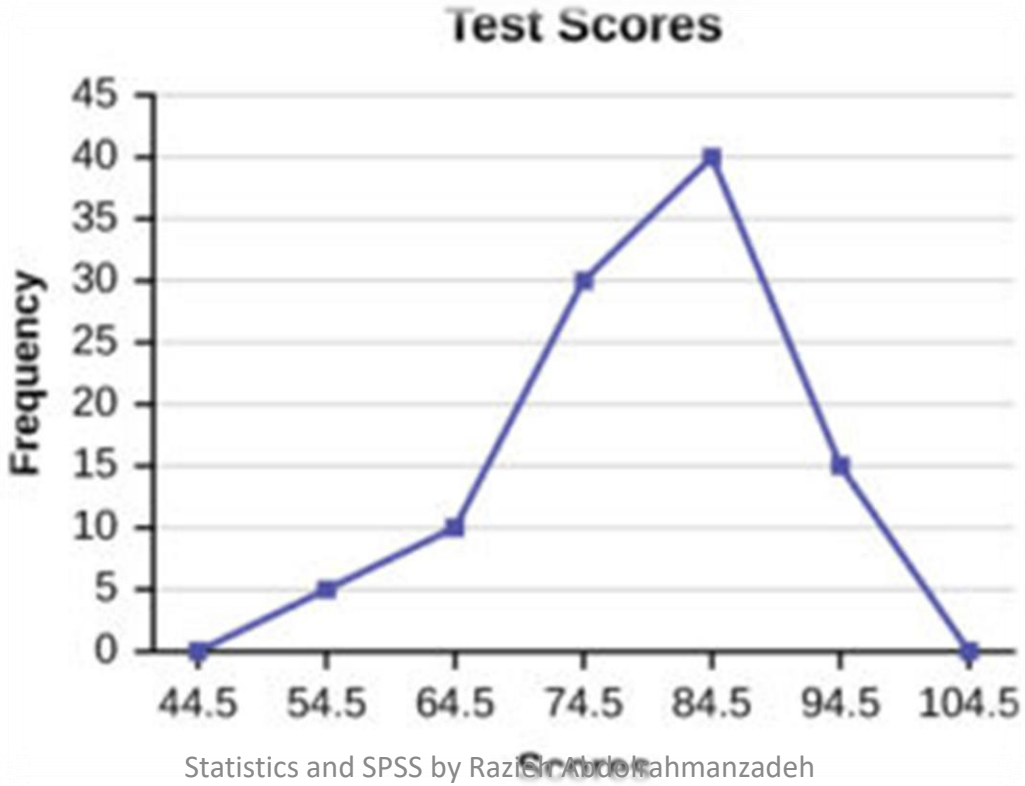
هیستوگرام (Histogram):

- برای نمایش متغیرهایی که با استفاده از مقیاس های فاصله ای و نسبی اندازه گیری شده اند به کار برده می شود و برای نمایش داده های ناشی از اجرای متغیرها پیوسته وسیله مناسبی است.
- عرض هر ستون برابر فاصله طبقه و ارتفاع آن مساوی فرآوانی همان طبقه است.



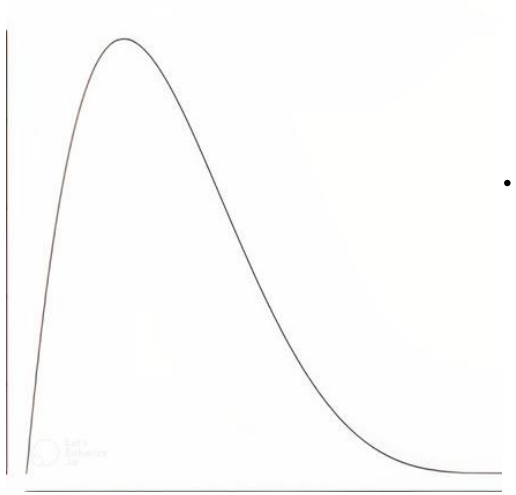
چند ضلعی (Polygon):

- بیشترین استفاده را در توصیف توزیع های آماری دارد.
- محور افقی اعداد یا نمره هایی که از اندازه گیری ویژگی مورد مطالعه به دست آمده است و محور عمودی فرآوانی ها را نمایش می دهد.



کجی (Skewed):

در صورتی که در یک منحنی نامتقارن نقطه برآمدگی در مرکز منحنی واقع نشود و دنباله های منحنی نامساوی باشند، منحنی را کجی می نامند.

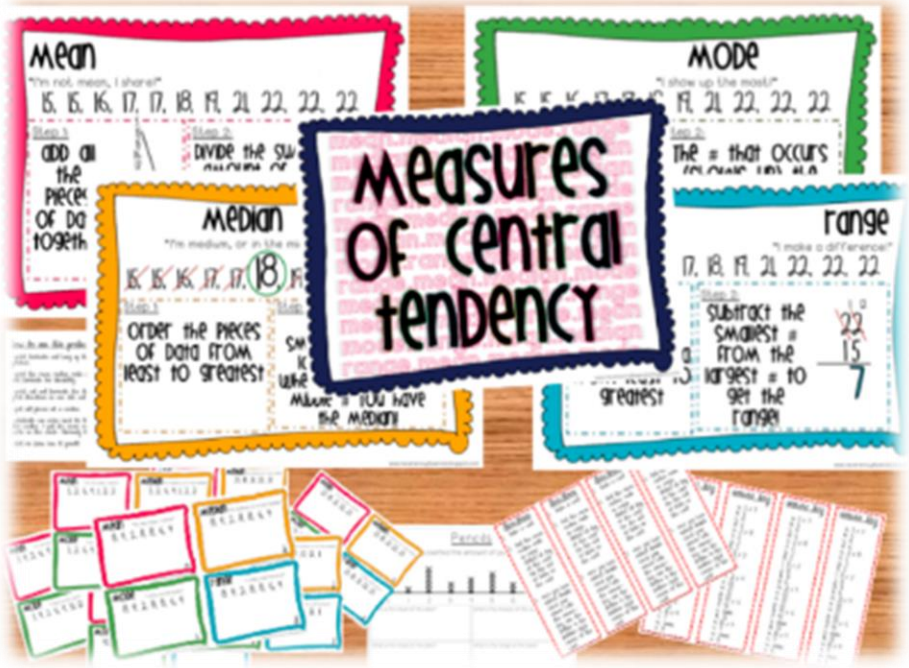


کجی راست یا کجی مثبت: دنباله راست منحنی طولانی تر از دنباله چپ آن است.

کجی چپ یا کجی منفی: دنباله چپ منحنی طولانی تر دنباله راست آن است.

اندازه های گرایش مرکزی (measurement of central tendency):

- ساده ترین روش برای **تعیین جایگاه یا موقعیت کلی** نمره های محاسبه شده یکی از شاخص های مرکزی به نام معدل است.



شاخص های گرایش مرکزی:

نما (Mode)

میانه (Median)

میانگین (Mean)

نما (Mode):

عبارت است از عدد یا نمره ای که در توزیع فرآوانی دارای بیشترین فرآوانی است.

- نما همیشه در نزدیک مرکز توزیع فرآوانی قرار ندارد، به همین دلیل در میان شاخص ها گرایش به مرکز شاخص **بی ثبات** است.
- به عنوان شاخص مرکزی مورد استفاده محدودی دارد و بیشتر موقعی استفاده می شود که پژوهشگر میخواهد یک بینش کلی درباره شاخص مرکزی به دست آورد.

- نما را در این توزیع مشخص کنید:

۷ و ۳ و ۸ و ۱۱و ۵ و ۱۹ و ۴ و ۱۰

- نما را در این توزیع مشخص کنید:

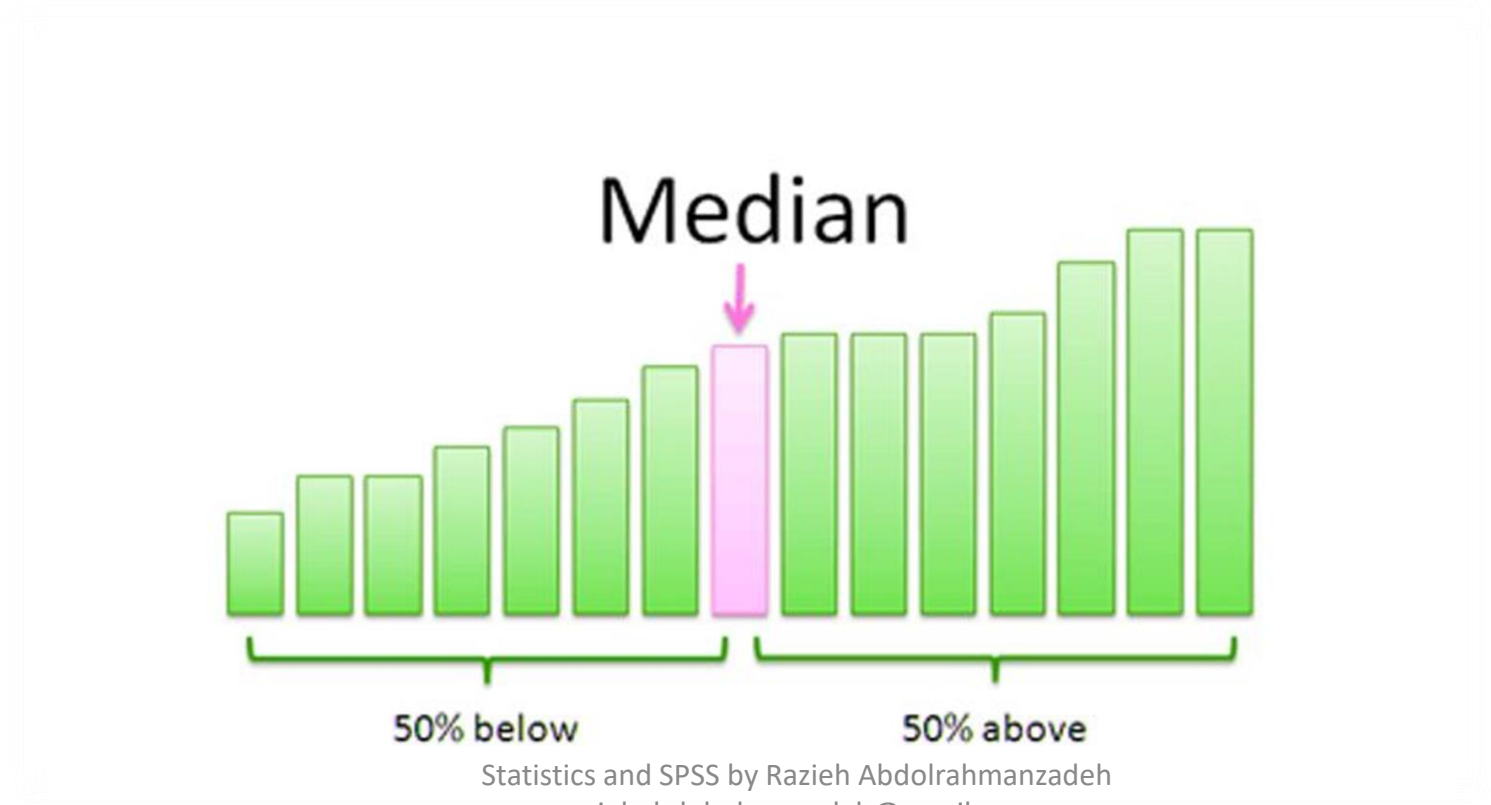
۸۵ و ۹۲ و ۹۶ و ۹۸ و ۹۹ و ۱۰۱ و ۹۹ و ۹۶ و ۱۰۳ و ۱۰۵ و ۹۹ و ۱۱۰

- نما را در این توزیع مشخص کنید:

۷۲ و ۶۹ و ۷۰ و ۶۷ و ۶۹ و ۷۲ و ۷۳ و ۷۴ و ۶۸

میانه (Median):

نقطه ای است که نیمی از توزیع ها در بالا آن و نیمی دیگر در پایین آن قرار دارد. در صورتی که تعداد نمره ها در توزیع فرد باشد، میانه عددی است که در وسط قرار دارد ولی در صورتی که تعداد نمره ها زوج باشد، میانه عبارت است از معدل دو نمره ای که در وسط واقع می شوند.



- میانه توزیع زیر را محاسبه کنید.

4, 17, 77, 25, 22, 23, 92, 82, 40, 24, 14, 12, 67, 23, 29

پاسخ : 4, 12, 14, 17, 22, 23, 23, 24, 25, 29, 40, 67, 77, 82, 92

- خانواده احمدی در تعطیلات تابستانی در ۷ استان رانندگی کردند. قیمت بنزین از استانی به استان دیگر متفاوت است. میانه قیمت بنزین را محاسبه کنید.

1.79, 1.61, 2.09, 1.84, 1.96, 2.11, 1.75

پاسخ: 1.61, 1.75, 1.79, 1.84, 1.96, 2.09, 2.11

میانگین:

مشهورترین و معتبرترین شاخص گرایش مرکزی است. $\text{میانگین} = \frac{\text{حاصل جمع ها نمره}}{\text{تعداد کل ها نمره}}$

میانگین مرکب یا میانگین میانگین ها: میانگین میانگین های گروه های مختلف

$$\bar{x}_c = \frac{m\bar{x}_a + n\bar{x}_b}{m+n}$$

ویژگی های میانگین:

۱. به ارزش عددی هر یک از مشاهده ها در توزیع فرآوانی بستگی دارد.

۲. چنانچه پژوهشگر علاقه مند باشد نمره های خیلی بزرگ یا کوچک بر شاخص مرکزی تأثیر داشته باشد میانگین شاخص مناسبی است، در غیر این صورت میانه یا نما شاخص مناسبی خواهد بود.

۳. میانگین به عنوان نقطه تعادل است.

۴. میانگین های نمونه بیشتر از میانه و نما دارای ثبات است.

۵. تأثیر جمع کردن یا ضرب کردن یک مقدار ثابت با هر یک از نمره ها وتأثیرآن بر میانیگن:

$X_{(x)(c)} = (X_x)(C)$ $X_{x+c} = X_x + C$

۶. میانگین به عنوان یک ارزش مرکزی که مجموع مجذور انحراف نمره ها از آن حداقل است توصیف می شود.

- در توزیع نمره های زیر: ۸ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۹ و ۱۰ و ۴ و ۴

الف) میانگین را محاسبه کنید.

ب) در صورتی که به هر یک از نمره های این توزیع ۵ نمره اضافه کنیم، میانگین توزیع جدید چقدر می شود؟

ج) در صورتی که هر یک از نمره های توزیع فوق را در عدد ۲ ضرب کنیم، میانگین جدید چقدر خواهد بود؟

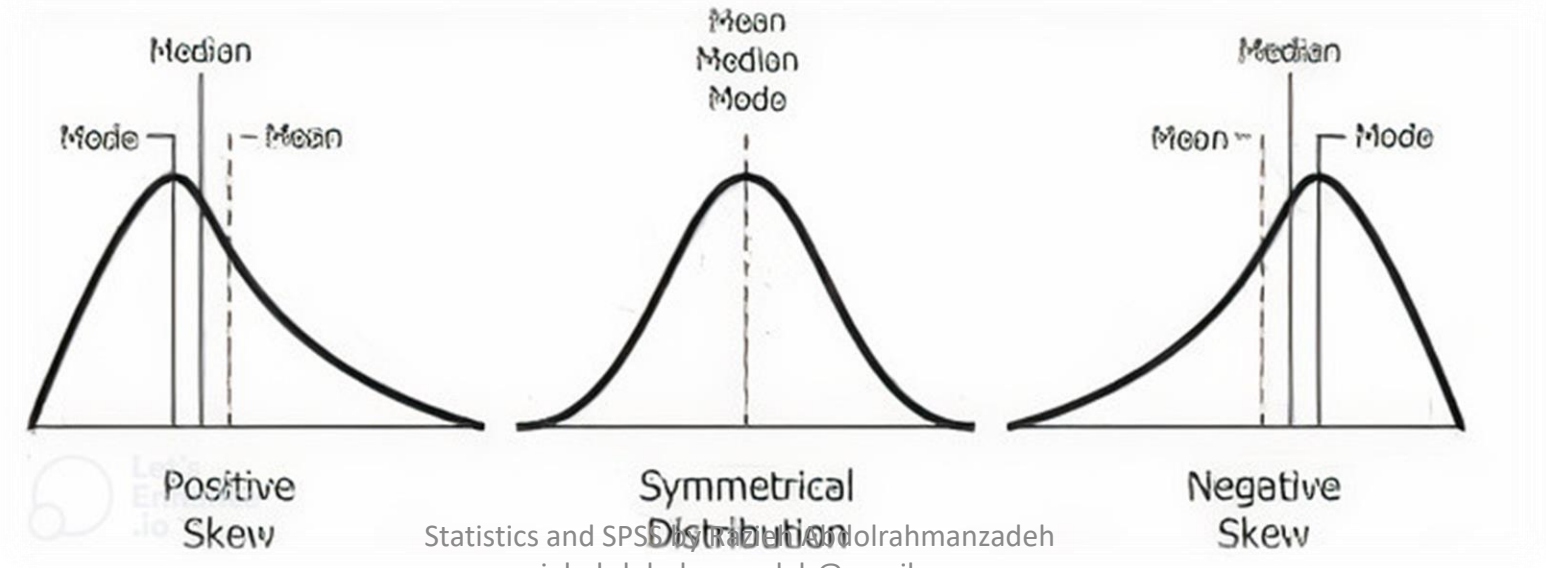
- میانگین نمره های یک کلاس ۲۰ نفری در یک آزمایش ۶۰ و میانگین یک کلاس ۳۰ نفری در همین آزمایش ۴۵ است. میانگین مرکب در دو ککلاس برابر چقدر است؟

مقایسه میانگین، میانه و نما:

- درصورتی که توزیع فرآوانی یک نمایی و کاملاً متقارن باشد، میانگین، میانه و نما بر روی هم قرار می گیرند.
- در صورتی که توزیع دارای کجی باشد، منحنی متقارن نیست و سه شاخص مرکزی برابر نخواهند بود:

کجی مثبت: میانگین > میانه > نما

کجی منفی: میانگین < میانه < نما



انتخاب یک شاخص گرایش مرکزی بر اساس مقیاس اندازه گیری:

اسمی: نما صیحیح ترین شاخص است.(به وسیله بیشترین فرآوانی مشخص می شود.)

ترتیبی: میانه صیحیح ترین شاخص است(یک شاخص ترتیبی است)

فاصله ای یا نسبی: میانگین صحیح ترین شاخص است.

مقایسه شاخص ها گرایش به مرکز براساس معتبر بودن: میانگین > میانه > نما

مقایسه شاخص ها گرایش به مرکز براساس اختلاف دو نمونه جامعه ازهم: میانگین < میانه < نما

شاخص پراکندگی:

میزان پراکندگی یا تغییراتی که در بین نمره ها یک توزیع وجود دارد نشان می دهد.

- شاخص های پراکندگی و شاخص های مرکزی دو دسته از روش های آمار توصیفی اند که استفاده از آن ها در توصیف توزیع نمره ها الزامی است.

انواع شاخص های پراکندگی:

دامنه تغییرات

انحراف چارک

واریانس

انحراف استاندارد

دامنه تغییرات (Rang):

ساده ترین شاخص پراکندگی است و مقدار در یک توزیع فرآوانی برابر است با تفاضل بین بزرگترین و کوچکترین عدد.

$$R = X_H - X_L$$

۱. دامنه تغییرات منعکس کننده پراکندگی بین دو نمره بزرگ و کوچک نیست.

۲. **یک شاخص پایدار پراکندگی نیست** زیرا مقدار آن با یک مقدار تغییر می کند.

۳. مستلزم داشتن مقیاس فاصله ای است.

۴. چون مقدار آن از نمونه ای به نمودار دیگر متفاوت است و اختلاف زیادی دارد نمی تواند برآورد خوبی از پراکندگی ویژگی موجود در جامعه بدهد.

انحراف چارکی (Quartile Deviation):

عبارت است از نصف فاصله بین چارک اول و چارک سوم.

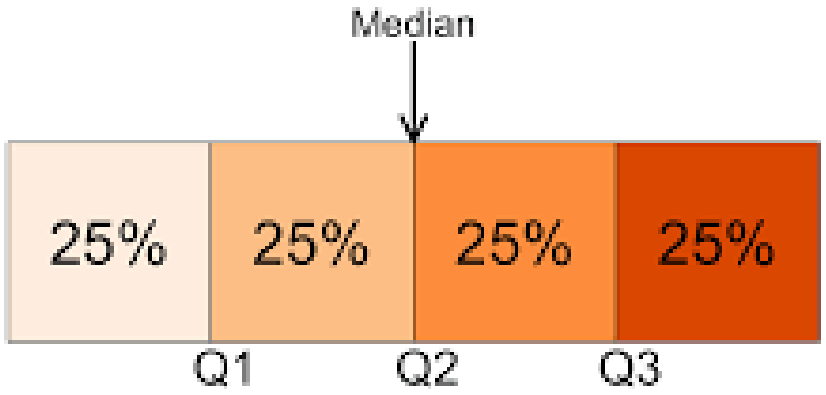
$$Q = (Q_3 - Q_1)/2$$

چارک اول (Q_1): نقطه ای در روی مقیاس اندازه گیری که ۲۵٪ نمره ها را از پایین جدا می کند.

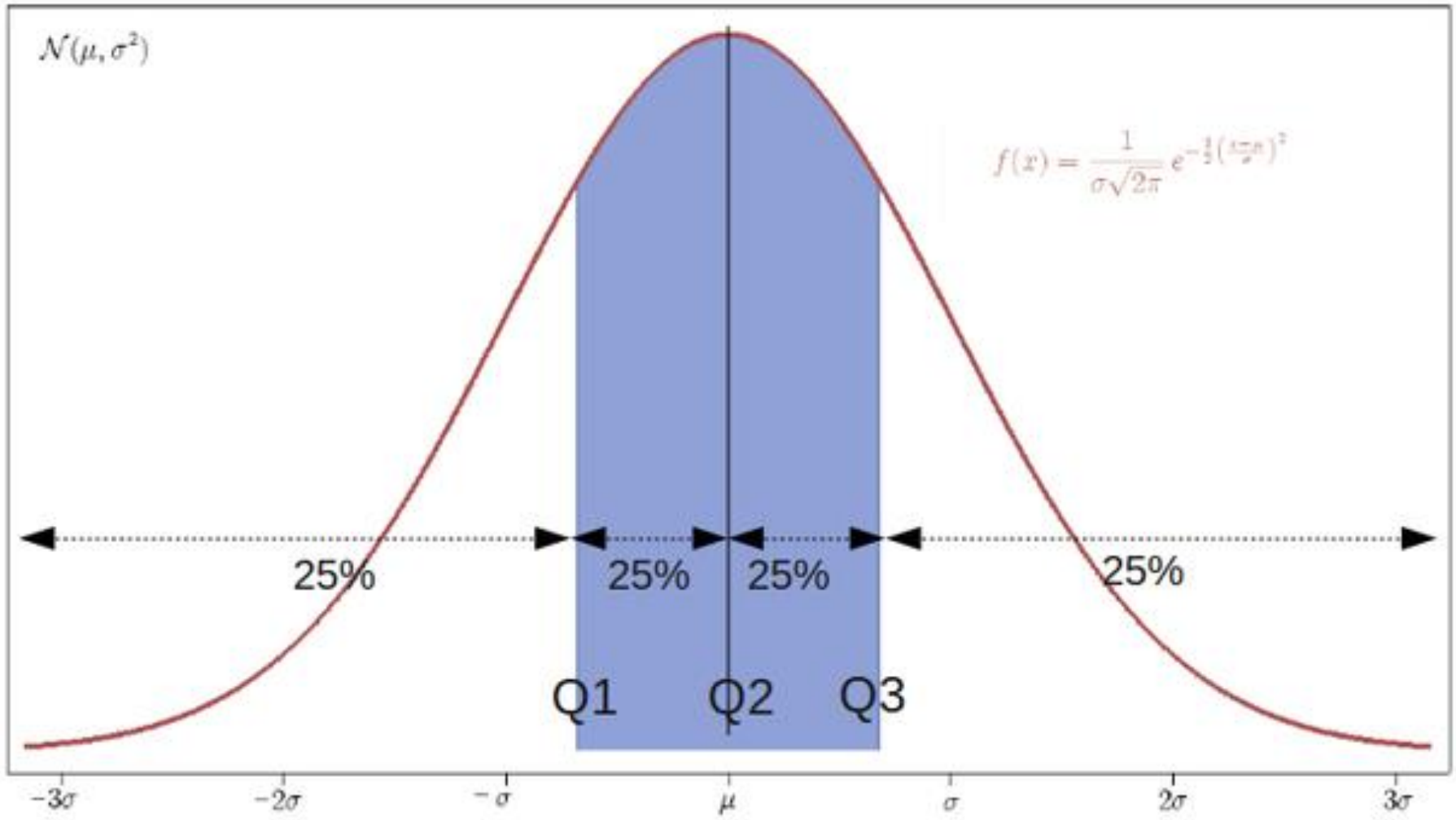
چارک دوم (Q_2): برابر با میانه است یعنی نقطه ای که توزیع را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.

چارک سوم (Q_3): نقطه ای که ۷۵٪ نمره ها در زیر آن و بقیه در بالای آن واقع شده اند.

دامنه تغییر بین چارک ها: فاصله بین چارک اول و چارک سوم است.



انحراف چارکی (Quartile Deviation):



واریانس (Variance):

یک شاخص پراکندگی است که از طریق محاسبه انحراف نمره ها از میانگین محاسبه می شود:

$$s^2 = \frac{\sum(X - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- در کلیه شرایطی که پژوهشگر قصد برآورد واریانس جامعه را داشته باشد، از فرمولی که در مخرج آن n-1 وجود دارد استفاده می شود. اما در شرایطی که از شاخص های آماری فقط برای توصیف استفاده می شود از فرمولی که در مخرج آن n وجود دارد استفاده خواهد شد.

- واریانس استفاده فرآوانی در آمار استباطی دارد ولی استفاده آن در آمار توصیفی محدود است، زیرا با مجذور کردن انحراف نمره ها از میانگین واحد واریانس تغییر خواهد کرد.

انحراف استاندارد (Standard deviation):

برای حل مشکل اختلاف واحد اندازه گیری واریانس از آن جذر گرفته می شود که موجب به دست آمدن شاخص آماری معتبر به نام انحراف استاندارد می شود.

$$s = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}}$$

- در صورتی که به همه اعداد یک توزیع نمره یک عدد ثابت اضافه شود انحراف استاندارد تغییری نخواهد کرد.
- در صورتی که کلیه اعداد یک توزیع در عدد ثابتی مانند C ضرب شوند انحراف استاندارد هم در همان عدد ضرب خواهد شد.
- در صورتی که که کلیه اعداد یک توزیع در عدد ثابتی مانند C ضرب شوند واریانس آن ها در C^2 ضرب خواهد شد.

ضریب پراکندگی (Coefficient of variation):

ضریب نسبی (V) هم گفته می شود.

$$V = \frac{S}{X} \times 100$$

- هنگامی که میانه مناسب ترین شاخص مرکزی توزیع نمره ها است می توان از انحراف چارکی محاسبه پراکندگی استفاده کرد.
- مثالاً هنگامی که نمودار نمره ها دارای کجی مثبت و منفی هستند، انحراف چارکی شاخص مناسبی برای نشان دادن پراکندگی است.
- بهتر است زمانی از انحراف استاندارد به عنوان شاخص پراکندگی استفاده شود که میانگین به عنوان یک شاخص مرکزی استفاده کی شود.

توزیع زیر، قد ده نفر از دانشجویان پزشکی است:

$$171, 175, 173, 177, 176, 174, 178, 172, 175, 179$$

الف) مقدار Q_1 و Q_2 و Q_3 را محاسبه کنید.

ب) میانگین توزیع نمره های فوق چقدر است؟

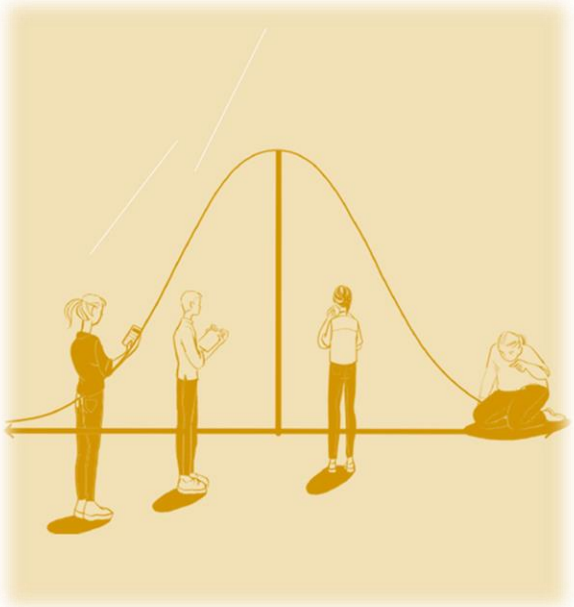
ج) انحراف استاندارد این توزیع را محاسبه کنید.

د) انحراف چارکی توزیع فوق چقدر است؟

ک) دامنه تغییرات نمره های فوق را محاسبه کنید.

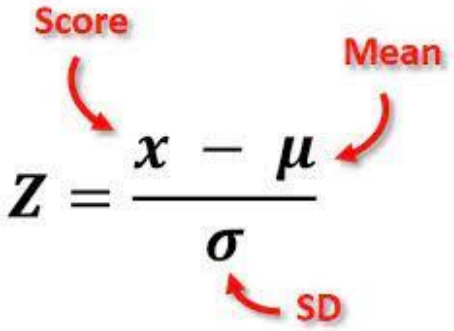
نمره ها استاندارد:

- تعیین می کند که یک نمره، چند انحراف استاندارد بالاتر یا پایین تر از میانگین قرار دارد.
- وضعیت افراد یا نمره ها را نسبت به میانگین تعیین می کنند.
- با مقیاس فاصله ای به کار برده می شوند، بنابرین انجام محاسبات ریاضی با آن ها امکان پذیر است.



نمره Z:

- یک نمره استاندارد بنیادی است که در آن میانگین مبدأ است و انحراف استاندارد واحدی است که بر اساس آن اختلاف نمره خام از میانگین تعبیه می شود.



- هنگامی که کلیه نمره ها به Z تبدیل می شود، توزیع جدیدی به دست می آید که دارای میانگین صفر و انحراف استاندارد یک است.
- انتقال نمره ها از نمره خام به نمره Z شکل توزیع نمره ها را تغییر نمی دهد.
- نسبت اختلاف نمره ها در توزیع اصلی یا نمره ها خام مساوی نسبیت اختلاف بین نمره ها Z آن ها است.
- نمره های بالای میانگین دارای Z مثبت و نمره ها پایین میانگین دارای Z منفی است.

نمره T:

برای رهایی از مشکل نمره ها منفی و اعشاری نمره های Z، آن را در عدد ثابتی ضرب (برای از بین بردن اعشار) و حاصل را با عدد ثابتی جمع می کنند (برای از بین بردن نمره ها منفی).

- میانگین و انحراف استاندارد توزیع جدید صفر و یک نخواهد شد.
- یکی از معمول ترین روش ها، تبدیل نمره Z به توزیعی با میانگین ۵۰ و انحراف استاندارد ۱۰ است.

$$T = 10\,Z + 50$$

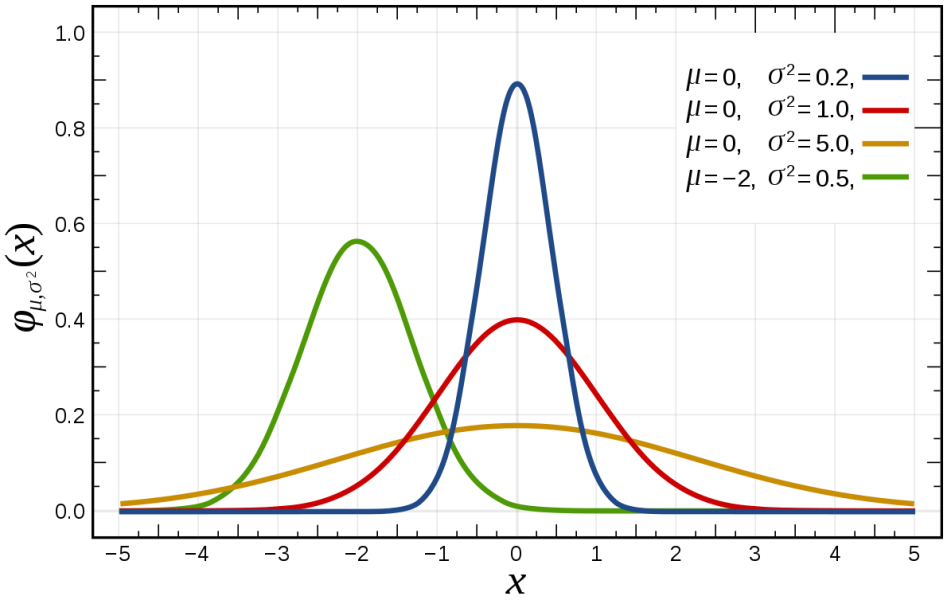
- برعکس نمره Z ، نمره T همیشه مثبت است.

منحنی طبیعی (normal curve):

- منحنی متقارن زنگوله ای شکل (Bell) منحنی طبیعی نامیده می شود.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- شکل توزیع طبیعی به میانگین و انحراف استاندارد بستگی دارد و شکل این توزیع با دو مقدار میانگین و انحراف استاندارد که پارامتر های آن نامیده می شوند مشخص می شود.



ویژگی های منحنی طبیعی:

۱. منحنی طبیعی متقارن است و حداکثر ارتفاع آن در میانگین قرار دارد.

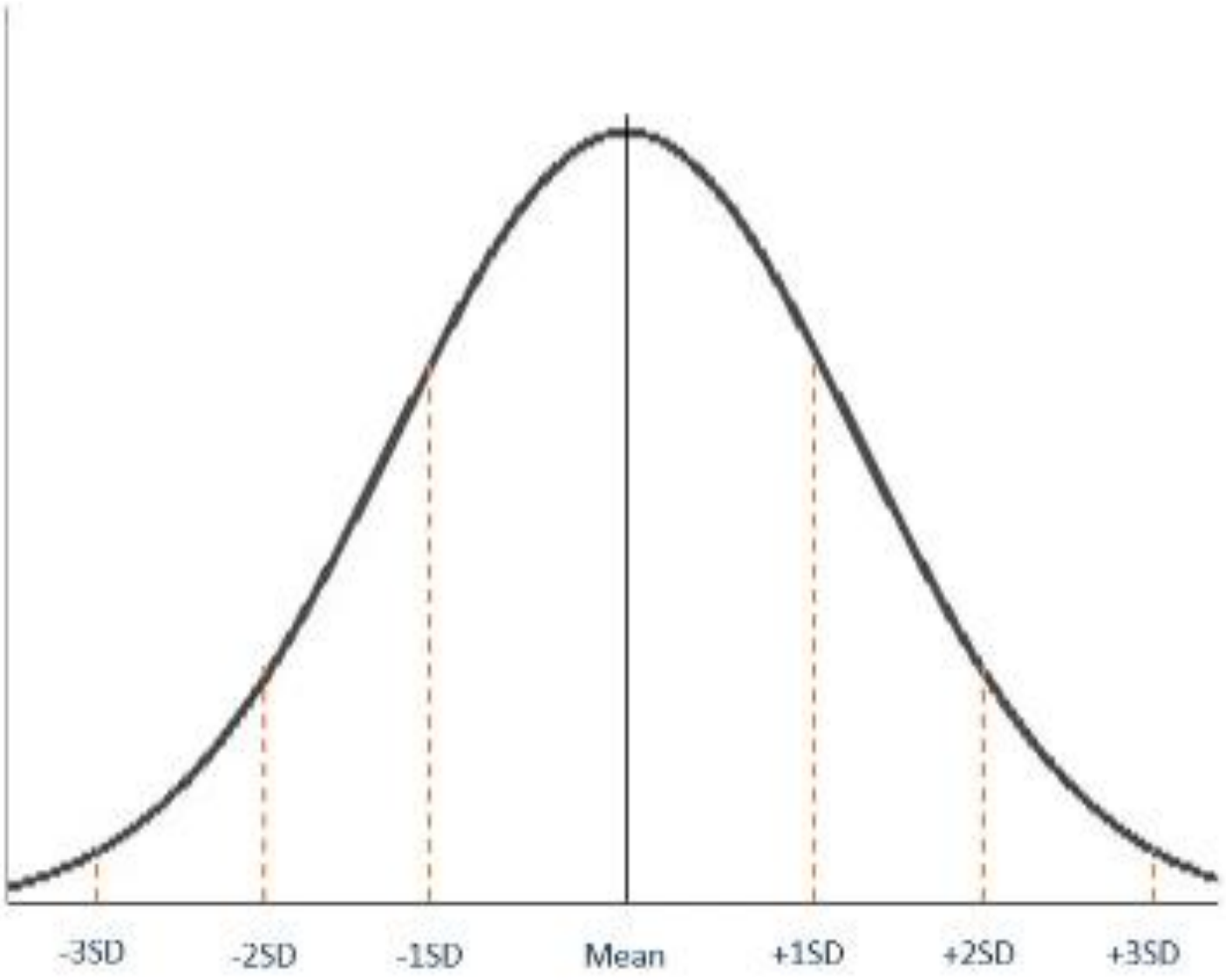
۲. در منحنی طبیعی میانه، نما و میانگین روی هم می افتند.

۳. منحنی دو نقطه عطف دارد که نسبت به خطی که نشان دهنده میانگین، میانه و نما است قرینه هستند که فاصله این دو نقه تا میانگین ±۱ انحراف استاندارد است.

۴. دنباله های منحنی با محور x موازی هستند. بنابرین منحنی از مثبت بی نهایت تا منفی بی نهایت ادامه دارد ولی در عمل این منحنی از -۳ انحراف استاندارد شروع می شود و تا +۳ انحراف استاندارد ادامه دارد.

۵. شکل منحنی توزیع فراوانی طبیعی شبیه زنگوله است.

منحنی طبیعی (normal curve):



سطوح زیر منحنی طبیعی استاندارد:

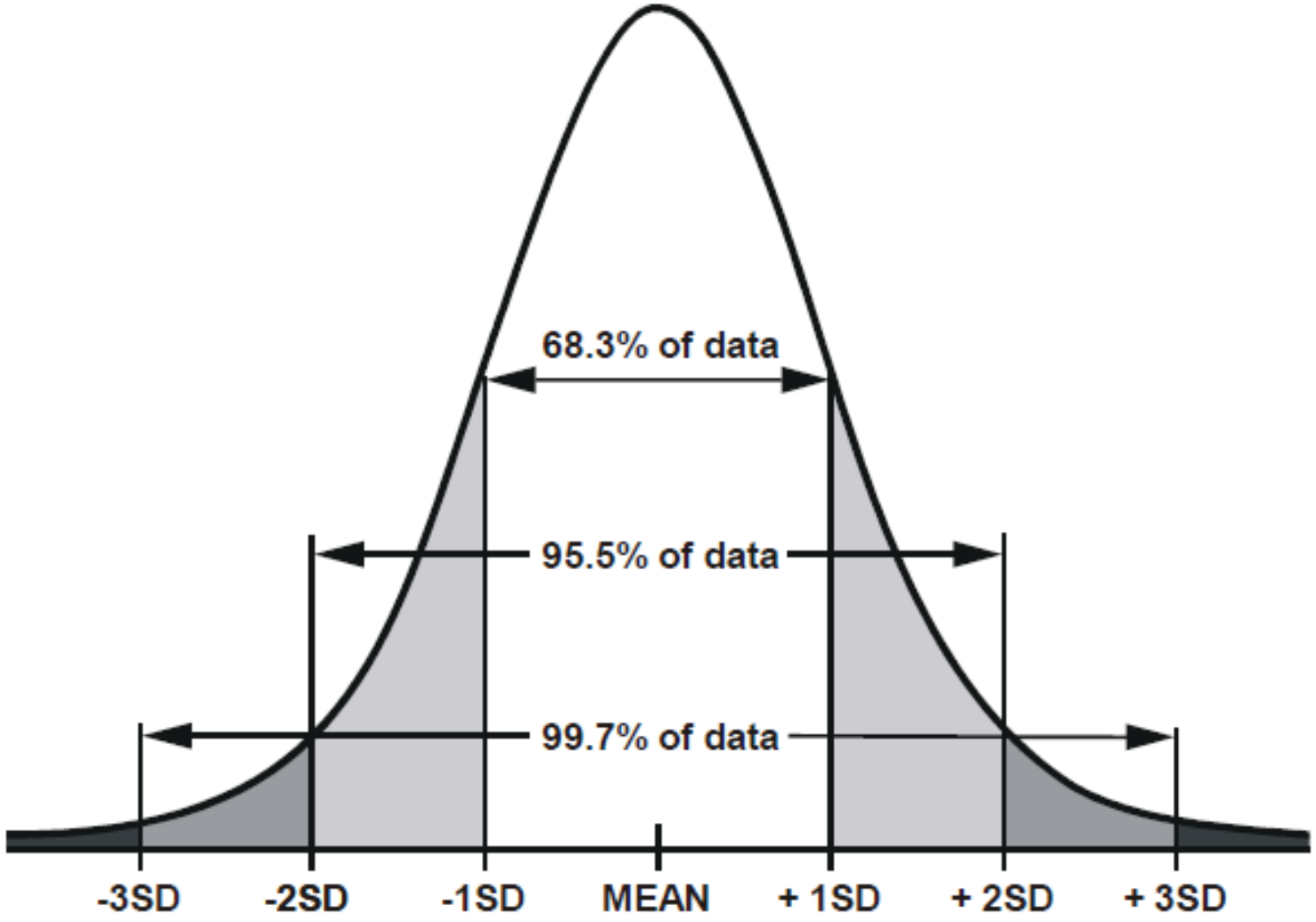
تقسیم سطح زیر منحنی به مرهای مشخص برای فهمیدن نسبت هایی از منحنی دارای اهمیت است:

۱. مهم ترین مرزی که در این منحنی وجود دارد میانگین است، چون منحنی متقارن است، پنجاه درصد از توزیع در طرفین میانگین قرار دارد.

۲. مرزهای مهم دیگر نمره های Z یعنی ۱±، ۲±، ۳± است.

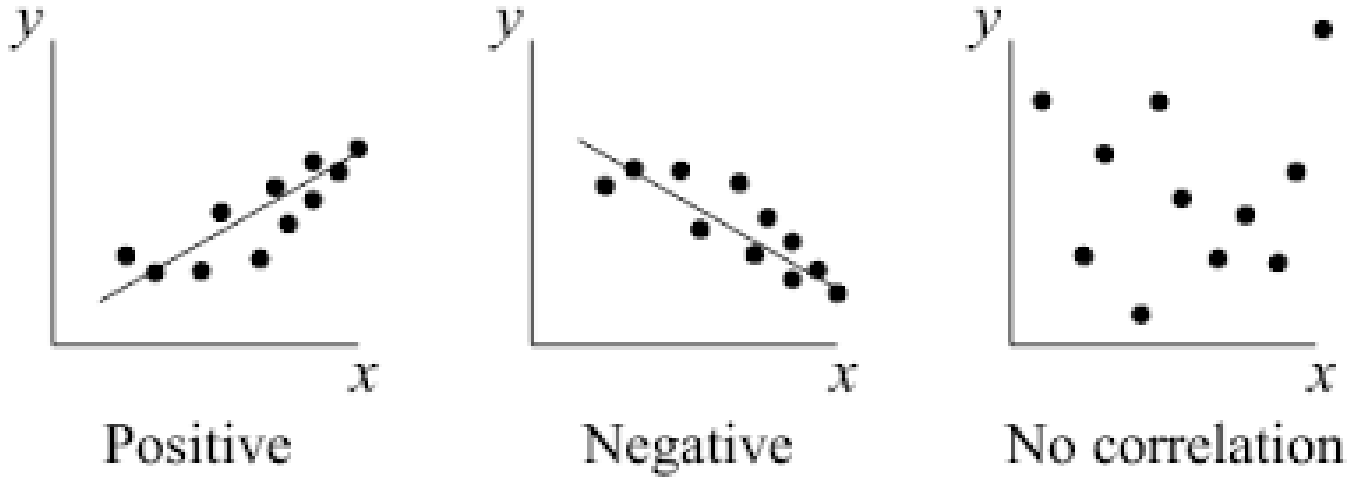
- بر این اساس ۳۴,۱۳ درصد از سطح زیر منحنی بین میانگین و Z=+1 و هم چنین Z=-1 قرار دارد. بنابرین 68.26 درصد از سطح زیر منحنی بین Z=+1 و Z=-1 قرار دارد.
- ۴۷,۷۲ درصد از سطح زیر منحنی بین میانگین و Z=+2 یا Z=-2 قرار دارد. مساحت بین Z=+2 و Z=-2 در منحنی طبیعی استاندارد ۹۵,۴۴ است.
- در این توزیع ۹۹,۷۲ درصد از سطح زیر منحنی بین ۳- و ۳+ انحراف استاندارد قرار دارد. یعنی هر طرف میانگین ۴۹,۸۶ درصد قرار می گیرد.

ویژگی های منحنی طبیعی:



همبستگی:

- هنگامی که با افزایش یک متغیر با افزایش در متغیر دیگر یا کاهش یک متغیر با کاهش متغیر دیگر همراه باشد، همبستگی بین دو متغیر مثبت و مستقیم است.
- هنگامی که افزایش در یک متغیر با کاهش در متغیر دیگر همراه باشد، همبستگی بین دو متغیر منفی و معکوس است.
- زمانی که از طریق یک متغیر نتوان متغیر دیگر را پیشبینی کرد، دو متغیر همبستگی صفر یا نزدیک به صفر دارند بنابرین می توان نتیجه گرفت که این دو متغیر مستقل از یکدیگرند.



- ضریب همبستگی شاخصی است که میزان رابطه بین متغیرها را به صورت کمی بیان می کند. شاخص یک بالاترین ضریبی است که امکان دارد برای همبستگی به دست آید.

$$r = \frac{N\Sigma xy-(\Sigma x)(\Sigma y)}{\sqrt{[N\Sigma x^2-(\Sigma x)^2][N\Sigma y^2-(\Sigma y)^2]}}$$

- ضریب همبستگی تعیین کننده شدت (قدرمطلق ضریب همبستگی) و جهت (علامت مثبت و منفی) همبستگی بین دو متغیر است.
- همبستگی کامل و مثبت (r=1) نشان دهنده رابطه مستقیم است.

نمره استاندارد آزمودنی در متغیر X با نمره استاندارد همین آزمودنی در متغیر y برابر است.

- ضریب همبستگی ۱- نشان دهنده رابطه کامل و منفی است به این معنی که بین دو متغیر رابطه معکوس است.

بزرگترین نمره استاندارد در یک متغیر، با کوچکترین نمره استاندارد در متغیر دیگر همراه است.

- چنانچه بین متغیرها همبستگی وجود نداشته باشد، ضریب همبستگی مساوی صفر است.

پیش بینی (Prediction):

- زمانی که بین دو متغیر همبستگی وجود داشته باشد می توان نمره فردی را در یک متغیر از طریق متغیر دیگر برآورد کرد.
- دو تا متغیر وجود دارد: ۱. متغیر ملاک یا پیشبینی کننده ۲. متغیر پیشبینی شونده
- رابطه بین متغیر پیش بینی شونده (y) و پیش بینی کننده (x)، تابع علامت و شدت ضریب همبستگی است:
- زمانی که همبستگی مثبت باشد، جهت پیشبینی y همانند جهت نمره استاندارد x است.
- زمانی که همبستگی منفی باشد، جهت پیشبینی y خلاف جهت نمره استاندارد x است.
- چنانچه همبستگی بین دو متغیر کامل باشد (r=1) نمره استاندارد هر فرد در متغیر X برابر نمره استاندارد او در متغیرy است.
- چنانچه همبستگی بین متغیر ها کمتر از کامل باشد، نمره استاندارد پیشبینی شده برای y نسبت به x به صفر (میانگین) نزدیک تر است.

پایان

با تشکر از توجه شما

raziehabdolrahmanzadeh@gmail.com